

## MÓDULOS INTERATIVOS DE ANÁLISE MATEMÁTICA

[Página principal](#) ► [As minhas disciplinas](#) ► [MITOMIAM](#) ► [PRIMITIVAS](#) ► [Livro Interativo e multimédia de Primitivas](#)

## ÍNDICE

1 Definição de primitiva e suas propriedades

## 2 Primitivas imediatas

• Exemplos multimédia (29 vídeos)

3 Primitivas por partes

• Exemplos multimédia (10 vídeos)

4 Primitivas por substituição

• Exemplos multimédia (5 vídeos)

5 Primitivas de potências de funções trigonométricas

• Exemplos multimédia (6 vídeos)

6 Primitivas de frações racionais

• Exemplos multimédia (8 vídeos)

7 Aplicação das primitivas à resolução de equações diferenciais ordinárias

• Exemplo 1

• Exemplo 2

## ADMINISTRAÇÃO



► [Administração da disciplina](#)

## Livro Interativo e multimédia de Primitivas

## 2 Primitivas imediatas

O vídeo seguinte explica o conceito de primitiva e as primitivas imediatas.

As primitivas que se obtém por leitura direta das regras de derivação chamam-se **primitivas imediatas**. Para as reconhecer com facilidade é imprescindível dominar as regras de derivação. Vejamos três exemplos:

1) Como  $(x^2)' = 2x$  então  $\int 2x \, dx = x^2 + C$ ;

2) Como  $(\sin(x))' = \cos(x)$  então  $\int \cos(x) \, dx = \sin(x) + C$ ;

3) Como, para  $x > 0$ ,  $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$  então  $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln(x) + C$ .

Na seguinte tabela de primitivas imediatas  $f$  denota uma função real de variável real diferenciável e  $C$  uma constante real arbitrária. Para demonstrar os resultados apresentados na tabela basta verificar que a derivada de cada uma das primitivas é igual à função correspondente apresentada na coluna da esquerda.

Função	Primitiva
1) $f' f^p$	$\frac{f^{p+1}}{p+1} + C, \quad p \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
2) $f' a^f$	$\frac{a^f}{\ln a} + C, \quad a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$
3) $\frac{f'}{f}$	$\ln  f  + C$
4) $f' \cos(f)$	$\sin(f) + C$
5) $f' \sin(f)$	$-\cos(f) + C$
6) $f' \sec^2(f)$	$\tan(f) + C$
7) $f' \operatorname{cosec}^2(f)$	$-\cot(f) + C$
8) $f' \sec(f) \tan(f)$	$\sec(f) + C$
9) $f' \operatorname{cosec}(f) \cot(f)$	$-\operatorname{cosec}(f) + C$
10) $\frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$	$\arcsin(f) + C \quad \text{ou}$ $-\arccos(f) + C$
11) $\frac{f'}{1+f^2}$	$\arctan(f) + C \quad \text{ou}$ $-\operatorname{arccot}(f) + C$
12) $f' \tan(f)$	$-\ln  \cos(f)  + C$
13) $f' \cot(f)$	$\ln  \sin(f)  + C$
14) $f' \sec(f)$	$\ln  \sec(f) + \tan(f)  + C$
15) $f' \operatorname{cosec}(f)$	$\ln  \operatorname{cosec}(f) - \cot(f)  + C$

**Propriedades das primitivas em relação à adição e à multiplicação escalar (linearidade do integral indefinido) :**

- $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ ;
- $\int (\lambda f(x) dx) = \lambda \int f(x) dx$ , com  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Exemplos:**

$$\begin{aligned} 1) \int (x^3 + 3x^2 - 4) dx &= \int x^3 dx + 3 \int x^2 dx - \int 4 dx \\ &= \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^3}{3} - 4x + C, \quad C \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \int \frac{3x}{1+x^2} dx &= 3 \times \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx \\ &= \frac{3}{2} \ln |1+x^2| + C, \quad C \in \mathbb{R} \\ &= \frac{3}{2} \ln(1+x^2) + C, \quad C \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$$3) \int \frac{1-2x}{\sqrt{9-x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx - \int \frac{2x}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

**Cálculos auxiliares:**

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx &= \int \frac{1}{\sqrt{9\left(1-\frac{x^2}{9}\right)}} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}} dx = \\ &= \frac{1}{3} \times 3 \int \frac{3}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{3}\right) + C_1, \quad C_1 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{2x}{\sqrt{9-x^2}} dx &= \int \frac{2x}{(9-x^2)^{\frac{1}{2}}} dx = - \int (-2x)(9-x^2)^{-\frac{1}{2}} dx = \\ &= -2(9-x^2)^{\frac{1}{2}} + C_2 = -2\sqrt{9-x^2} + C_2, \quad C_2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Assim, obtemos:

$$\int \frac{1-2x}{\sqrt{9-x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{3}\right) + 2\sqrt{9-x^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

Nos exemplos multimédia que se seguem, o leitor pode ver exemplos de aplicação de todas as regras de primitivação imediata apresentadas na tabela em cima.

[◀ Exercícios de treino da Regra de Cauchy](#)

Ir para...

[Livro interativo de Primitivas para impressão ▶](#)