EXS PARA O MINITESTE 1

Q1 - deduções válidas (verdadeiras) e não válidas (falsas ou falaciosas) na LP (Folha 0. em particular o 3. e o 4.)

Q2 - sendo dados predicados tradução de frases usando a LPO

(3, 4 e 5 da Folha 1)

Q3 - interpretação, fórmulas válidas e não válidas na LPO

(8, 9 e 10 da Folha 1)

Q4 - forma normal de Skolem e Cláusulas na LPO

(12 da Folha 1)

Q5- Unificação na LPO

(15 da Folha 1)

NOTAS: $\neg a \vee b \quad a \vee c \rightarrow b \vee c$

$\neg a \quad a \vee b \longrightarrow b$ faz-se por ordem de hip

$\neg a \quad a \longrightarrow \perp$

Q1.

3. Utilizando o método de resolução, justifique que

a) $p, p \to q \models q$;

b) $p \lor q, p \to r, q \to r \models r$.

3

a) $p, p \to q \models q$

cláusulas: $p \quad p \to q \quad \neg q$

$\hookrightarrow p \quad \neg p \lor q \quad \neg q$

$p, \neg p \lor q, \neg q$

1	p	Hip
2	$\neg p \lor q$	Hip
3	$\neg q$	Hip
4	q	Res(1,2)
5	$\perp$	Res(3,4)

b) $p \lor q, p \to R, q \to R \models R$

$p \lor q, \neg p \lor R, \neg q \lor R, \neg R$

1	$p \lor q$	Hip
2	$\neg p \lor R$	Hip
3	$\neg q \lor R$	Hip
4	$\neg R$	Hip
5	$q \lor R$	Res(1,2)
6	R	Res(3,5)
7	$\perp$	Res(4,6)

4. Utilizando o método de resolução, verifique a correção de cada uma das seguintes deduções:

a) Chove se e só se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

b) Chove se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.

c) Se o mordomo cometeu o crime, então ele vai estar nervoso quando interrogado. O mordomo estava nervoso quando interrogado. Logo, o mordomo cometeu o crime.

d) r é uma condição suficiente para q. Além disso, verifica-se r ou a negação de p. Logo, se q não for verdadeiro, não se verifica p.

e) De $\neg(p \lor q)$ deduz-se $\neg p$.

4 a)

a - CHOVE

b - LEVO GUARDA CHUVA

$a \Leftrightarrow b, \neg b \models \neg a$

$a \to b, b \to a, \neg b, a$

$\neg a \lor b, \neg b \lor a, \neg b, a$

1	$\neg a \lor b$	Hip		5	$\neg a$	Res (1,3)
2	$\neg b \lor a$	Hip		6	$\perp$	Res (4,5)
3	$\neg b$	Hip				
4	a	Hip				

, VERIFICA-SE A DEDUÇÃO

b) $b \to a, \neg b \models \neg a$

a - CHOVE

b - LEVO GUARDA CHUVA

$\neg b \lor a, \neg b, a$

1	$\neg b \lor a$	Hip		4	a	Res (1,2)
2	$\neg b$	Hip				
3	a	Hip				

, NÃO SE VERIFICA A DEDUÇÃO

c) $a \to b, b \models a$

a - mordomo cometeu crime

b - nervoso qd interrogado

$\neg a \lor b, b, \neg a$

1	$\neg a \lor b$	Hip		4	$\neg a$	Res (1,2)
2	b	Hip				
3	$\neg a$	Hip				

, NÃO SE VERIFICA A DEDUÇÃO

d) $R \to q, R \vee \neg p \models \neg q \to \neg p$

- $\neg R \vee q, R \vee \neg p, \neg(\neg q \vee \neg p) \to q \wedge p$

1	$\neg R \vee q$	Hip	5	R	Res(2,4)
2	$R \vee \neg p$	Hip	6	$\neg R$	Res(1,3)
3	q	Hip	7	$\perp$	Res(5,7)
4	p	Hip			

Logo, a dedução está correta

e) $\neg(p \vee q) \models \neg p$

- $\neg p \wedge \neg q, p$

1	$\neg p$	Hip	4	$\perp$	Res(1,3)
2	$\neg q$	Hip			
3	p	Hip			

Logo, a dedução está correta

Q2.

3. No que se segue, $c(x)$, $s(x)$ e $d(x)$ representam as afirmações «x é uma explicação clara», «x é satisfatória» e «x é uma desculpa», respectivamente. Admita que o universo do discurso para x é o conjunto de todos os textos em Português. Traduza as seguintes fórmulas bem formadas para linguagem comum:

a) $\forall x\ c(x) \rightarrow s(x)$;

b) $\exists x\ d(x)\ \wedge\ \neg\ s(x)$;

c) $\exists x\ d(x)\ \wedge\ \neg\ c(x)$.

a) Para todo o texto em Português se o texto é uma explicação clara então é satisfatório

b) Existe pelo menos um texto em Português em que o texto é uma desculpa e não satisfatório

c) Existe pelo menos um texto em Português em que o texto é uma desculpa e não é uma explicação clara

A) TODAS AS EXPLICAÇÕES CLARAS SÃO SATISFATÓRIAS;
B) ALGUMAS DESCULPAS NÃO SÃO SATISFATÓRIAS;
C) HÁ DESCULPAS QUE NÃO SÃO EXPLICAÇÕES CLARAS.

4. Seja Π o conjunto dos subconjuntos de pontos de um certo plano. Tomando Π para universo e utilizando apenas os três predicados

$r(x)$ representa «x é uma recta»,

$c(x)$ representa «x é uma circunferência»,

$i(x, y)$ representa «a intersecção de x e y é não vazia»,

traduza em lógica de predicados cada uma das afirmações seguintes:

a) Toda a recta intersecta alguma circunferência.

b) Alguma recta não intersecta alguma circunferência.

c) Nenhuma recta intersecta todas as circunferências.

4 a) $\forall x (R(x) \rightarrow \exists y (c(y) \wedge i(x,y)))$

b) $\exists x \exists y (R(x) \wedge c(y) \wedge \neg i(x,y))$

e) $\forall x \; R(x) \longrightarrow \exists y (c(y) \wedge \neg i(x,y))$

5. Escreva as seguintes frases usando lógica de primeira ordem, com recurso aos predicados Casa(x) («x é uma casa»); Grande(x) («x é grande»); Cara(x) («x é cara»); Apartamento(x) («x é um apartamento»); PMenor(x, y) («preço de x é menor do que o preço de y»).

a) Todas as casas grandes são caras.

b) Qualquer apartamento custa menos do que pelo menos uma casa grande.

5 a) $\forall x((\text{CASA}(x) \wedge \text{GRANDE}(x)) \longrightarrow \text{CARA}(x))$

b) $\forall x (\text{Apartamento}(x) \longrightarrow \exists y(\text{CASA}(y) \wedge$

$\text{GRANDE}(y) \wedge \text{PMENOR}(x,y)))$

Q3

8. Considere a fórmula

$$Q: \quad \forall x\, \exists y\, ((t(x) \wedge v(y,x)) \rightarrow \neg p(x,y))$$

para uma interpretação com o domínio $\mathbb{N}$ e onde $t(x)$ representa «$x > 1$», $v(y,x)$ representa «$y = x+1$» e $p(x,y)$ representa «x divide y».

a) Diga, justificando, qual o valor lógico de Q.

b) Qual o valor lógico da fórmula $(t(x) \wedge v(y,x)) \rightarrow \neg p(x,y)$ para a valoração V com $V(x) = 1$ e $V(y) = 2$.

8 a)

$(x > 1) \wedge (y = x+1) \longrightarrow \neg(x \text{ DIVIDE } y)$

VERDADE

b) $((1 > 1) \wedge (2 = 1+1)) \longrightarrow \neg\left(\frac{2}{1}\right)$

$(F \wedge V) \longrightarrow F$

$F \longrightarrow F$

$V.$

VERDADE

9. Considere um universo X com os objetos A, B e C (isto é, X=$\{A, B, C\}$) e uma linguagem onde α, β e γ são símbolos de constante, f é um símbolo de função com um argumento e R é um símbolo de predicado com dois argumentos. Considere a seguinte interpretação:

símbolos de constante: $\alpha \mapsto A$, $\beta \mapsto A$ e $\gamma \mapsto B$;

símbolo de função f: $f(A) = B$, $f(B) = C$, $f(C) = C$.

símbolo de predicado R: $\{(B, A), (C, B), (C, C)\}$.

Com esta interpretação, avalie as seguintes fórmulas:

a) $R(\alpha, \beta)$;

b) $\exists x\ f(x) = \beta$;

c) $\forall w\ R(f(w), w)$.

a) $R(A, A)$ Falso

b) $\exists x\ f(x) = \beta$ Falso

c) $\forall w\ R(f(w), w)$

↳ $R(f(\alpha), \alpha) \rightarrow R(B, A)$ ✓

$R(f(\beta), \beta) \rightarrow R(B, A)$ ✓

$R(f(\gamma), \gamma) \rightarrow R(C, B)$ ✓

Verdadeiro

10. Para cada fórmula seguinte determine, se possível, um modelo e uma interpretação em que a mesma seja não válida:

a) $\forall x\,(P(x,a) \rightarrow \neg Q(x,a))$, onde a denota um símbolo de constante;

b) $\exists x\,\exists y\,((P(x,y) \wedge \forall z\,(\neg Q(x,y) \vee P(y,z)))$.

10

a) $\forall x\,(P(x,\alpha) \rightarrow \neg Q(x,\alpha))$

$P(x,\alpha) \rightarrow x > \alpha$

$Q(x,\alpha) \rightarrow$ x é Divisível por α

$x = 2$ $\qquad 2 > \alpha \rightarrow \neg\left(\frac{2}{\alpha}\right)$

Q4

12. Encontre a forma normal (standard) de Skolem das seguintes fórmulas:

a) $\neg((\forall x\, P(x)) \rightarrow (\exists y\, P(y)))$

b) $\neg((\forall x\, P(x)) \rightarrow (\exists y\, \forall z\, Q(y, z)))$

c) $\forall x\, \exists y\, \exists z\, ((\neg P(x, y) \wedge Q(x, z)) \vee R(x, y, z))$

1. FNC
2. SUB

a) $\neg((\forall x\, P(x)) \rightarrow (\exists y\, P(y)))$

- $\neg(\neg((\forall x\, Px)) \vee (\exists y\, P(y)))$
- $(\forall x\, P(x)) \wedge \forall y\, \neg P(y)$
- $\forall x\, \forall y\, (P(x) \wedge \neg P(y))$

b) $\neg((\forall x\, P(x)) \rightarrow (\exists y\, \forall z\, Q(y,z)))$

- $\neg(\neg(\forall x\, P(x))) \vee (\exists y\, \forall z\, Q(y,z)))$
- $(\forall x\, P(x)) \wedge (\forall y\, \exists z\, \neg Q(y,z))$
- $\forall x\, \forall y\, \exists z\, (P(x) \wedge \neg Q(y,z))$
- $\underline{\forall x\, \forall y}\, (P(x) \wedge \neg Q(y, \underline{f(x,y)}))$

e)

$\forall x \exists y \exists z\, \neg((\neg P(x,y) \wedge Q(x,z)) \vee R(x,y,z))$

$\forall x \exists y \exists z\, \neg((\neg P(x,y) \wedge Q(x,z)) \vee R(x,y,z))$

$\forall x \exists y \exists z\, (P(x,y) \vee \neg Q(x,z)) \wedge \neg R(x,y,z))$

$\forall x\, (P(x,f(x)) \vee \neg Q(x,g(x))) \wedge \neg R(x,f(x),g(x))$

Q5

15. Para cada um dos seguintes conjuntos de fórmulas indique, justificando, se são ou não unificáveis. Em caso afirmativo, encontre um seu unificador mais geral. Tenha em atenção que «a» e «b» denotam símbolos de constantes.

a) $\{P(f(x), z), P(y, a)\}$;

b) $\{P(f(x), x), P(z, a)\}$;

c) $\{P(a, x, f(g(y))), P(b, h(z, w), f(w))\}$;

d) $\{S(x, y, z), S(u, g(v, v), v)\}$;

e) $\{P(x, x), P(y, f(y))\}$;

f) $\{Q(f(a), g(x)), Q(y, y)\}$;

g) $\{Q(f(x), y), Q(z, g(w))\}$.

a) $\{P(f(x), z), P(y, a)\}$ $\sigma = \{y/f(x), a/z\}$

b) $\{P(f(x), x), P(z, a)\}$ $\sigma = \{z/f(x), a/x\}$

c) $\{P(a, x, f(g(y))), P(b, h(z, w), f(w))\}$

$a \to b$, $x \to h(z,w)$, $f(g(y)) \to f(w)$

constantes diferentes, não unificável

d) $\{S(x,y,z),\ S(u,g(v,v),v)\}$

$w \to u \quad y \to g(v,v) \quad z \to v$

$\sigma = \{u/x,\ g(v,v)/y,\ v/z\}$

e) $\{P(x,x),\ P(y,f(y))\}$

$x \to y \qquad x \to f(y)$

Como x teria de ser igual a y e f(y), a expressão não é unificável

f) $\{Q(f(a),g(x)),\ Q(y,y)$

$f(a) \to y \qquad g(x) \to y$

Y teria de ser substituído por f(x) e g(x), que são estruturamente diferentes

A expressão não é unificável

g) $\{Q(f(x),y),\ Q(z,g(w))\}$

$f(x) \to z \qquad y \to g(w)$

$\sigma = \{z/f(x),\ g(x),y\}$