

MODELAÇÃO DE SISTEMAS FÍSICOS

EXAME – Parte Cálculo Computacional-Numérico

22 de Março 2023, 9h

Duração: 2 hora

Cotação: I – 5 valores; II – 5 valores, III – 5 valores; IV – 5 valores .

NOTE:

- i. Responda às perguntas com comentários no código, justificando-as.
- ii. No final do teste, coloque os ficheiros de código elaborado, e, se for o caso, figuras e ficheiros de output, num só arquivo .zip (ou equivalente), com o nome e número mecanográfico do aluno. Entregue o arquivo .zip de acordo com as instruções do docente presente.
- iii. Tem de usar o seu computador portátil. Pode (e deve) usar os seus programas, assim como outros programas que tenha obtido.
- iv. É um teste de consulta, mas não pode aceder à internet, incluindo para consultar documentos do python.

I - A aceleração da gravidade sentida por um corpo de 1 kg em órbita é $a = \frac{K}{R^2}$, onde K é o produto entre a constante gravitacional universal e a massa do planeta, $K = G \times M$, e R a distância ao centro do planeta. Foram feitas medições da aceleração a diferentes altitudes da Lua. Os valores medidos estão registados na tabela:

| R (10^6 m) | $a(m/s^2)$ |
|---------------|------------|
| 1.765 | 1.617 |
| 2.135 | 1.081 |
| 2.482 | 0.7807 |
| 2.900 | 0.5835 |
| 3.274 | 0.4591 |
| 3.636 | 0.3605 |
| 4.057 | 0.3021 |
| 4.366 | 0.2502 |
| 4.826 | 0.2093 |
| 5.257 | 0.1800 |

- (a) Trace o gráfico de a em função de R , usando os dados da tabela, e faça um ajuste linear. Indique os valores do declive, e o seu erro, a ordenada na origem, e o seu erro, e o coeficiente de determinação r^2 .
- (b) Trace o gráfico $\log(a)$ em função de $\log(R)$. Indique os valores do declive, e o seu erro, e do coeficiente de determinação r^2 . c) Pelos resultados obtidos nas alíneas anteriores, que conclui acerca da relação entre a aceleração (a) e a distância ao centro da Lua (R). Justifique.

II - Uma bola de ténis é batida junto ao solo (posição inicial $y = 0$) com a velocidade 120 km/h, a fazer um ângulo de 9° com a horizontal e no sentido positivo dum eixo horizontal OX, sendo OY eixo vertical. Considerando sempre a resistência do ar.

- (a) Calcule a trajetória da bola. Qual o alcance?
- (b) Repete o calculo do alcance para ângulos até 50° . Qual é o ângulo que maximiza o alcance da bola?

A velocidade terminal da bola de ténis é 100 km/h. A bola de ténis tem a massa 57 g.

III - Um carro elétrico de potência 283 cv gasta toda a sua energia em 3 horas, num trajeto horizontal.

- (a) Se partir com a velocidade de 1 m/s, qual a lei do movimento (espaço percorrido em função do tempo)? Qual a distância percorrida em 3 horas?
- (b) Depois de perder toda a energia (sem motor) qual a distância suplementar percorrida pelo carro?
- (c) Determine a energia gasta pelo carro, sendo esta energia igual à energia dissipada pela força de resistência do ar e ao rolamento.

Parâmetros: O coeficiente de resistência μ de um piso liso de alcatrão é 0.1, o coeficiente de resistência do ar é $C_{res} = 0.9$, a massa do carro-condutor 1800 kg, e a área frontal do carro é $A = 2.0m^2$. $\rho_{ar} = 1.225 kg/m^3$.

IV - Um corpo de massa 1 kg move-se num oscilador cúbico. O oscilador tem a energia potencial

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 + \alpha x^3$$

e exerce no corpo a força

$$F_x = -kx - 3\alpha x^2.$$

Considere $k = 1N/m$ e $\alpha = 0.05N/m^2$.

- (a) Faça o diagrama de energia desta energia potencial, para x entre $-8m$ e $4m$. Qual o movimento quando a energia total for menor do que $7J$? O que acontecerá se a energia total for maior do que $8J$?
- (b) Calcule a lei do movimento numericamente, quando a posição inicial for 2.2 m e a velocidade inicial nula. Quanto é a energia mecânica?
- (c) Faça a análise de Fourier da solução encontrada.