MODELAÇÂO DE SISTEMAS FÍSICOS

3º TESTE – Parte Cálculo Analítico

23 de Junho 2023, 9h

Duração: 30 min

Cotação: I – 4 valores; II – 4 valores; III – 2 valores.

I - Um corpo de massa 0.2kg move-se num oscilador harmónico forçado. O oscilador harmónico tem a energia potencial $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, e exerce no corpa a força $F_x = -kx$.

O oscilador é amortecido pela força $-bv_x$ e sujeito à força externa $F_0 \cos(\omega_f t)$.

Considere $k = 5N/m$, $b = 0.5kg/s$, e $F_0 = 1N$.

(a) Aproximadamente, qual a frequência angular ω_f da força externa para se alcançar a ressonância? Qual a amplitude com este valor de ω_f?

(b) A massa do corpo é mudada para 0.8kg. Se ω_f não muda, qual é a amplitude estacionário agora?

II - Considere 2 corpos A (à esquerda) e B (à direita) ligados por uma mola de constante elástica k', e cada um dos corpos ligado a uma mola, de constante elástica k, de extremidade oposta fixa.

(a) Identifique as forças que atuam em cada massa e, então, escreva as equações dinâmicas de Newton do sistema.

(b) Descreve o movimento dos dois corpos no caso que os corpos são inicialmente deslocados a mesma distância dos respetivos pontos de equilíbrio, em direções apostos, com velocidades inicialmente 0.

III - (a) Num sistema de 5 osciladores harmónicos acoplados, quantos modos normais devemos encontrar?

(b) Uma onda sinusoidal se propaga numa corda muito comprida. Cada ponto da corda oscila com frequência $f = 10Hz$, e existevuma distância de 0.2m entre um ponto numa extremidade de oscilação e o ponto mais perto na outra extremidade (um máximo e um mínimo). Qual é a velocidade de propagação da onda?

Formulário

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} \qquad a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$f(x+\delta x) = f(x) + \left.\frac{df}{dx}\right|_x \delta x + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2f}{dx^2}\right|_x \delta x^2 + \frac{1}{3!}\left.\frac{d^3f}{dx^3}\right|_x \delta x^3 + \mathcal{O}(\delta x^4)$$

$$\frac{d}{dt}e^{-at} = -ae^{-at}$$

$$1rad = 57.29578graus$$

$$g = 9,80m/s^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2 \qquad F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

$$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$W = \int_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\cdot\vec{v}dt = \frac{1}{2}m|\vec{v}_1|^2 - \frac{1}{2}m|\vec{v}_2|^2$$

$$\frac{dW}{dt} = P_o, \qquad W = \int_{t_0}^{t_1} P_o dt$$

$$\int_C \vec{F}^{(conservativa)}\cdot d\vec{r} = E_{p0} - E_{p1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega_f^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = f\lambda$$