

MODELAÇÃO DE SISTEMAS FÍSICOS

1º TESTE – Parte Cálculo Analítico

20 de Março 2024, 16h30

Duração: 30 min

Cotação: I – 3 valores; II – 4 valores; III – 3 valores.

I - Foram medidas três massas:

$$M = 52.3 \pm 0.3g$$

$$N = 19.4 \pm 0.4g$$

$$L = 3.6 \pm 0.1g$$

- (a) Calcule a massa total $T = M + N + L$.
- (b) Calcule a diferença entre as duas massas maiores $D = M - N$.
- (c) Calcule a razão $R = N/L$.

II - Um balão de ar quente gera uma força de impulsão proporcional ao seu volume. Um balão de volume $V = 2000m^3$ gera uma força de $F_f = 1.5V$ para cima. A massa total do balão é $m = 300kg$, que resulta numa força de gravidade $F_g = mg$ para baixo.

- (a) Qual é a magnitude e sentido da força resultante no balão?
- (b) Qual a aceleração que resulte?
- (c) Escreva a lei de velocidade e a lei da posição do balão. Considere a velocidade inicial de $v_0 = 0m/s$ e posição inicial de $x_0 = 100m$.

III - A lei do movimento de um objeto de massa 1 kg é $\vec{r} = (\sin \omega t, 0, \cos \omega t) m$, e a lei da velocidade do mesmo objeto é $\vec{v} = (\omega \cos \omega t, 0, -\omega \sin \omega t) m/s$ em que $\omega = 5 \text{ rad/s}$ é uma constante.

- (a) Qual o ângulo entre os vetores de posição \vec{r} e de velocidade \vec{v} ? Depende do tempo?
- (b) Calcule $\vec{r} \times \vec{v}$ e mostre que é constante em tempo.

Formulário

$$g = 9,80m/s^2$$

$$1rad = 57.29578\text{graus}$$

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} \quad a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$v_x(t + \delta t) = v_x(t) + \left. \frac{dv_x}{dt} \right|_t \delta t + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2v_x}{dt^2} \right|_t \delta t^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3v_x}{dt^3} \right|_t \delta t^3 + \mathcal{O}(\delta t^4)$$

$$\frac{d}{dt} e^{-at} = -ae^{-at}$$

$$\frac{d}{dx} \cos(ax) = -a \sin(ax) \quad \frac{d}{dx} \sin(ax) = a \cos(ax)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k}$$