MODELAÇÂO DE SISTEMAS FÍSICOS

3º TESTE – Parte Cálculo Analítico

13 de Junho 2024, 9h00

Duração: 30 min

Cotação: I – 5 valores; II – 2 valores; III – 3 valores.

I - Uma mola exerce uma força $F = -k\,x(t)$, em que k é a constante elástica da mola, num corpo de massa m. Considere $k = 2$ N/m e $m = 2$ kg.

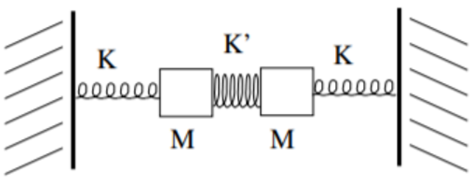
(a) Mostre que a lei do movimento $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ é solução da equação dinâmica de Newton do sistema mola-corpo, se o constante ω toma um determinado valor. Qual é este valor de ω?

(b) Qual a lei de velocidade do corpo ligado à mola?

(c) Calcule A e ϕ , no caso em que a velocidade inicial é -1 m/s e a posição inicial é 0 m.

II - Um oscilador amortecido consiste de uma massa de $m = 0.5$ kg afixada a uma mola de constante $k = 2$ N/m, e movendo num fluído viscoso. Se o coeficiente de amortecimento for $b = 1.3$ kg/s, determine se o oscilador corresponde ao caso de amortecimento fraco, amortecimento forte ou amortecimento crítico.

III - Considere dois corpos A (à esquerda) e B (à direita), ambos de massa M, ligados por uma mola de constante elástica K', e cada um dos corpos ligado a uma mola, de constante elástica K, de extremidade oposta fixa, como mostra a figura.



(a) Identifique as forças que atuam em cada massa e, então, escreva as equações dinâmicas de Newton do sistema.

(b) Descreve o movimento dos dois corpos no caso que os corpos são inicialmente deslocados a mesma distância dos respetivos pontos de equilíbrio, na mesma direção, e largados com velocidades nulas.

Formulário

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} \qquad a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$f(x+\delta x) = f(x) + \left.\frac{df}{dx}\right|_x \delta x + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_x \delta x^2 + \frac{1}{3!}\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_x \delta x^3 + \mathcal{O}(\delta x^4)$$

$$\frac{d}{dt}e^{-at} = -ae^{-at} \qquad \frac{d}{dt}\cos(at) = -a\sin(at) \qquad \frac{d}{dt}\sin(at) = a\cos(at)$$

$$1rad = 57.29578graus$$

$$g = 9,80m/s^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2 \qquad F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

$$F_{elastica} = -k(x - x_{eq})$$

$$\sum \vec{F}^{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$W = \int_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\cdot\vec{v}dt = \frac{1}{2}m|\vec{v}_1|^2 - \frac{1}{2}m|\vec{v}_2|^2$$

$$\frac{dW}{dt} = P_o, \qquad W = \int_{t_0}^{t_1} P_o dt$$

$$\int_C \vec{F}^{(conservativa)}\cdot d\vec{r} = E_{p0} - E_{p1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \qquad b_c = 2\,m\,\omega_0$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad v = f\lambda$$