Departamento de Física
Universidade de Aveiro

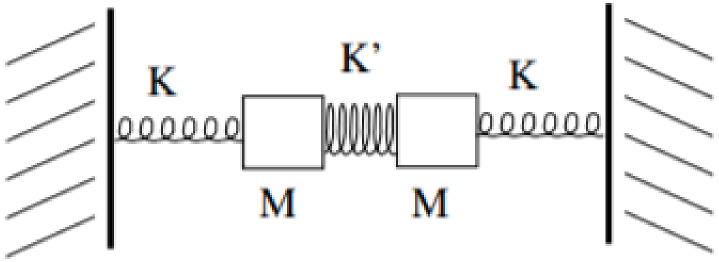
Modelação de Sistemas Físicos

12ª aula Prática

Sumário:
Realização e resolução de problemas sobre Cap. 6

- Osciladores acoplados

Exercício 1: Oscilador Acoplado



Considere 2 corpos A e B acoplados através de uma mola de constante elástica k', e Ligados a um ponto fixo através de molas de constante elástica k.

Considere $k = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$; $k' = 0.5\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$; $m = 1$ kg e $x_{Aeq} = 1.0$ m $x_{Beq} = 2.0$ m.

a) Encontre a lei de movimento dos dois corpos numericamente, nos seguintes casos:

i) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3$ m, $x_{B0} = x_{Beq} + 0.3$ m, $v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

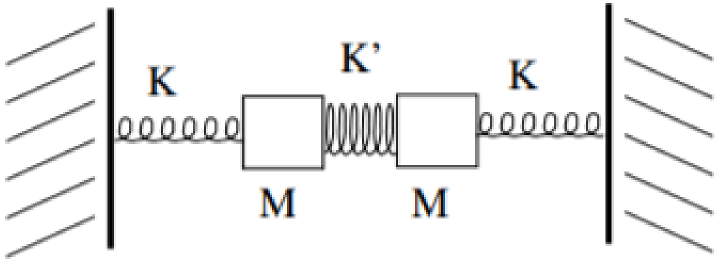
ii) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3$ m, $x_{B0} = x_{Beq} - 0.3$ m, $v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

iii) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3$ m, $x_{B0} = x_{Beq} - 0.1$m, $v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

Pergunta 1:
Como seria o movimento das massas se k' fosse igual a zero?

b) Como carateriza o movimento dos corpos em cada um dos três casos?

Exercício 2: Oscilador Acoplado: Solução Teórica



O movimento do oscilador acoplado do exercício anterior pode ser descrito como uma sobreposição de dois modos normais, cada um sendo um movimento harmónico simples:

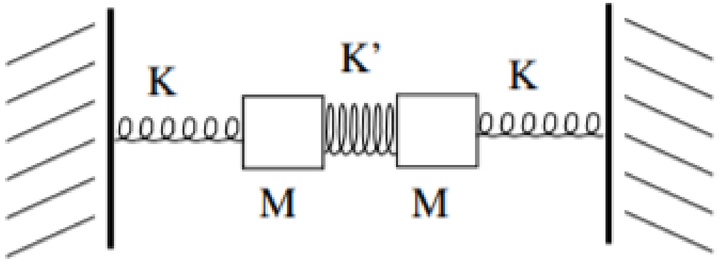
$$\begin{cases} x_A = x_{eqA} + A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \\ x_B = x_{eqB} + A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) - A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \end{cases}$$

As frequências angulares dos modos normais são

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k+2k'}{m}}.$$

a) Encontre os valores de A_1, A_2, ϕ_1 e ϕ_2 que correspondem a cada um dos três casos de exercício 1. Faça gráficos que comparam a solução teórica com a solução numérica para cada caso.

Exercício 3: Análise com Série de Fourier



Considere outra vez o sistema de exercício 1, e os três casos de condições iniciais:

i) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3 \text{ m}, \; x_{B0} = x_{Beq} + 0.3 \text{ m}, \quad v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

ii) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3 \text{ m}, \; x_{B0} = x_{Beq} - 0.3 \text{ m}, \quad v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

iii) $x_{A0} = x_{Aeq} + 0.3 \text{ m}, \; x_{B0} = x_{Beq} - 0.1\text{m}, \quad v_{Ax0} = v_{Bx0} = 0.$

b) Calcule os coeficientes a_n e b_n de Fourier do movimento para cada um destes três casos.

Use a função abfourier(tp,xp,it0,it1,n)da pasta "programas Python" no e-learning para calcular os coeficientes.

Escolhe índices it0 e it1 tal que o intervalo analisado corresponde a um período de T = 100s.

Encontre os coeficientes de *n*=1 até *n*=30.

Pergunta 2:
O que se observe no gráfico dos coeficientes Fourier? Comente na relação com a solução teórica.

c) Cada *n* corresponde a uma frequência $\omega_n = n\omega$ onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Faça o gráfico de a_n e b_n em função de ω_n.